

Tillatte hjelpemidler er kalkulator og læreboken statistikk.
Egne notater i boken er lov.
Ta med **all mellomregning** som er nødvendig for å grunngi svaret.

Oppgave 1..... (20%)

La den stokastiske variabelen X være antallet ganger kron i tre kast med en mynt.

- (a) Hva er utfallsrommet til X ?
- (b) Hva er populasjonen for eksperimentet? (Flere svar er mulig.)
- (c) Hva er sannsynlighetsfordelingen til X ?
- (d) Regn ut forventningsverdien for X .
- (e) Regn ut populasjonsvariansen for X .
- (f) Gi den kumulative sannsynlighetsfordelingen for X .
Vi gjentar eksperimentet fire ganger og får som resultat: 1; 0; 1; 3.
- (g) Regn ut utvalgsmiddelveien.
- (h) Regn ut utvalgsvariansen.
- (i) Gi den empiriske sannsynlighetsfordelingen for X basert på utvalget.
- (j) Gi den empiriske kumulative sannsynlighetsfordelingen for X basert på utvalget.

Oppgave 2..... (13%)

Politiet utfører trafikkontroller på en bestemt veistrekning. I løpet av et døgn blir 2996 køyretøyer målt (av ca. 6000 som passerte) med gjennomsnittlig fart på 77km/h og standardavvik $s = 8$ km/h. Anta at hastighetene til bilene er omtrent normalfordelt.

- (a) Bruk Z -fordelingen for å regne ut et 95% konfidensintervall for fartsgjennomsnittet med de observasjonene som du har.
- (b) Hvilken forutsetning må du gjøre for at konfidensintervallet i a) skal være et konfidensintervall for gjennomsnittlig fart i løpet av et år?
- (c) På denne strekningen får man bot når man kjører minst 87km/h. Estimer hvor mange av de 2996 bilistene som får bot.

Oppgave 3..... (10%)

Mange dataprogrammer trenger tilfeldige tall.

- (a) Gi tre eksempler på praktiske problemer som krever programmering med slumptall.

En vanlig måte å generere slike slumptall er den lineære kongruensgeneratoren

$$x_i = a \cdot x_{i-1} + c \pmod{m}.$$

- (b) Slumptalsgeneratoren krever et frø (*seed*). Hva mener vi med et frø og hvordan blir det brukt for å gi oss en serie med slumptall fra generatoren over?
- (c) Hvordan ville du ha valgt frø i et praktisk system, og hvorfor?

Oppgave 4..... (12%)

Den 14. oktober 2012 hoppet Felix Baumgartner fra en ballong ca. 40 km over jordoverflaten og var i fritt fall i 4 min. og 18 s før han åpnet fallskjermen sin. Her er fem datapunkter for høyden til ballongen som en funksjon av tiden, på vei oppover:

Tid (min)	Høyde (ft)
0	0
36	41500
80	75500
130	120500
150	128043

- Bruk minstekvadratsums metode for å finne den beste rette linjen som beskriver datasettet.
- Regn ut korrelasjonskoeffisienten mellom tid og høyde.
- Hva forteller korrelasjonskoeffisienten b) oss om kvaliteten på regresjonslinjen i a)?

Oppgave 5..... (12%)

I mange former for simulering, blir landskapet modellert som et rutenett eller raster (*grid*). På yttergrensene av rutenettet må man ta spesielle hensyn, og der finnes forskjellige randbetingelser som kan brukes.

Tenk på en agent-basert simulering, og se på det som skjer når en agent kommer til ytterkanten av rutenettet. Gi tre eksempler på forskjellige randbetingelser, og forklar hvordan du vil programmere agentens oppførsel i hvert tilfelle.

Oppgave 6..... (18%)

Tenk deg at vi vil simulere et feltslag mellom to hærer vha. en agentbasert modell. Kvar hær har 2-3 ulike typer soldatar (t.d. riddar, fotsoldat med helebard, bogeskyttar) med ulike eigenskapar. Slagmarken kan vi modellere som et rutenett (raster, *grid*).

- Tegn en skisse til klassediagram for en *enkel* simulator.
- Forklar kort funksjon og formål for hver av klassene i skissen din.
- Drøft: hvilke klasser er spesielle for feltslagmodellen, og hvilke kan gjenbrukes på andre problemer?
- Hvilke klasser i klassediagrammet ditt er agenter?
- Hvilke egenskaper (tilstand og oppførsel) er felles for alle agentene i systemet?
- Gi to eksempler på at ulike agenttyper i modellen din har (eller kan ha) forskjellige egenskaper.

Oppgave 7..... (15%)

Billys burger laver burgerne for hånd. De har fått en del klager på at burgerne ikke alltid har rett størrelse, og dette må de undersøke. Det er viktig både at vekten er rett i gjennomsnitt, og at standardavviket er så lite som mulig. Vi skal derfor estimere både forventningsverdien og standardavviket.

Billy veier seks burgere og finner følgende vekter i gram:

160, 170, 180, 180, 185, 190

- Finn et (punkt)estimat for forventa vekt (forventningsverdien).
- Regn ut (eit estimat for) standardfeilen for estimatoren som du bruker.
- Finn et 95% konfidensinterval for forventet vekt. Presiser hvilke forutsetninger du må gjøre om sannsynlighetsfordelingen for vekten.
- Finn et (punkt)estimat for standardavviket til vekten på en burger.
- Forklar hvordan du kan bruke *bootstrap* for å estimere standardfeilen på estimatoren for standardavviket. (Du velger selv om du vil forklare vha. programkode, pseudokode, regneeksempler eller annet.)