Eksamensdøme 9. april 2014
Eksamenstid 4 timar

IR201812 Statistikk og Simulering
Nynorsk

Skrivne og trykte hjelpemiddel samt kalkulator er tillate. Ta med **all mellomrekning** som trengst for å grunngje svaret.

Oppgåve 1 .... *(20%)*

Lat den stokastiske variabelen X vera talet på augo i eit kast med to sekssida terningar.

(a) Kva er utfallsrommet til X?

(b) Kva er populasjonen i eksperimentet?

(c) Rekn ut forventningsverdien for X.

(d) Rekn ut sannsynsfordelinga for X.

(e) Gi sannsynsfordelinga for X.

(f) Plott sannsynsfordelinga til X på millimeterpapir.

(g) Gi den kumulative sannsynsfordelinga for X.
Vi gjentar eksperimentet fem ganger og får som resultat: $\{12, 7, 4; 8; 6\}$.

(h) Regn ut utvalgsmiddelverdien.

(i) Regn ut utvalgsvariansen.

(j) Gi den empiriske sannsynsfordelinga for X basert på utvalget.

(k) Gi den empiriske kumulative sannsynsfordelinga for X basert på utvalget.

Oppgåve 2 .... *(10%)*

(a) Forklar kva me meiner med *uavhengige hendingar*.

> **Solution:** To hendingar A og B er uavhengige dersom sannsynet for A er det same uansett om B inntreff eller ikkje, dvs. dersom $P(A) = P(A|B) = P(A|\neg B)$.

(b) Ein svolten ulv er på jakt. Det er 20% sannsyn for at ulven finn ein elg. Dersom ulven finn ein elg, er det 35% sannsyn for at ulven klarer å fella elgen. Kva er sannsynet for at ulven får elg å eta? Vis korleis du kjem fram til svaret.

> **Solution:** Sannsyn for å finna ein elg: $P(\text{Elg}) = 20\%$.
> Sannsyn for å fella elgen dersom elgen vert funnen: $P(\text{Mat}|\text{Funn}) = 35\%$.
> Sannnnsyn for at ulven får elg å eta: $P(\text{Elg} \cap \text{Mat} = P(\text{Funn}) \cdot P(\text{Mat}|\text{Funn}) = 7\%$.

(c) Ein skule har 10 unixmaskiner og 100 windowsmaskiner. Sannsynet for at ei gjeven unixmaskin skal trenga vedlikehald på måndag morgon er 0.4%. Tilsvarande sannsyn for ei windowsmaskin er 0.6%. Kva er sannsynet for at ei boks som treng vedlikehald, køyrer Windows?

Oppgåve 3 .... *(5%)*

Bruk sannsynstabellane i boka og finn fylgjande.

(a) $P(Z > 1)$ der $Z \sim N(0, 1)$ (standard normalfordeling)

(b) $P(X < 7)$ der $X \sim B(18, 0.15)$ (binomialfordeling)

(c) $P(T < -1)$ der T har Students t-fordeling med seks fridomsgradar.

Oppgåve 4 .... *(6%)*

Ein stokastisk variabel X er binomialfordelt med $n = 1000$ forsøk og punktsannsyn $\pi = 0.1$.

(a) Kva er forventinga $E(X)$?

(b) Kva er variansen til X (σ^2)?

(c) Kva er sannsynet $P(X \leq 60)$? Forklar korleis du kjem fram til svaret.

Oppgåve 5 . . . . *(15%)*

You want to test if the traffic flow increases through a certain roundabout when the speed limit is reduced from 50 km/h to 30 km/h. You run your simulator and count the vehicles through the roundabout over a ten-minute period, repeating the trial a number of times. You get the following results:

30 km/h	100	90	110	105	95
50 km/h	80	95	70		

(a) Phrase a null hypothesis and an alternative hypothesis.

(b) Define the test statistic that you want to use.

(c) Calculate the test statistic based on the data above.

(d) Calculate the p-value of the test.

(e) Decide whether you can reject the null hypothesis with a significance level of 5%.

Oppgåve 6 . . . . *(12%)*

Bytte- og rovdyr (predator/prey) er ein vanleg problemtype som kan modellerast på ulike måtar. Gje tre ulike måtar, og forklar kort prinsippa for kvar av dei.

Oppgåve 7 . . . . *(20%)*

Sjå for deg ein trafikksimulator der ein skal kunna studera trafikkflyten i eit kryss. Bruk ein agentbasert modelleringsmetode.

(a) Teikna ei skisse til klassediagram for ein *enkel* simulator.

(b) Forklar kort funksjon og formål for kvar av klassene.

(c) Kva parameterar styrer tilstanden til kvar agent i systemet?

(d) Tenk på ein agentmodell for ein enkel simulator. Skriv opp *tre* døme på oppførselsreglar som må vera med.

(e) Det kan vera nyttig med fleire ulike agenttypar i modellen. Gje eit døme på *tre* ulike agenttypar og forklar kort korleis dei skil seg frå kvarandre.

Oppgåve 8 . . . . *(12%)*

En randomwalker i 1D beveger seg over en raster. Den har 20% sannsynlighet for å stå stille, 20% sannsynlighet for å bevege seg til hver av nabocellene på avstand 1, og 20% sannsynlighet for å bevege seg til hver av cellene på avstand 2.

(a) Regn ut diffusjonskoeffisienten til partikkelen. Formelen er $\langle x^2 \rangle = 2dDt$ der x er posisjon, d er antall dimensjoner, D er diffusjonskoeffisienten og t er tid.

(b) Forklar hvorfor $\langle x^2 \rangle$ er lik variansen i posisjonen etter ett tidssteg.

Partikkelen begynner på tid $t = 0$ på posisjon $x = 50$. La den stokastiske variabelen Y antyde posisjonen til partikkelen etter $t = 100$ tidssteg.

(c) Regn ut forventningsverdien μ og standardavviket σ_Y til Y.

(d) I en simulering vil vi gjenta eksperimentet fra oppgave c 10.000 ganger. La den stokastiske variabelen Z antyde gjennomsnittlig sluttposisjon til partikkelen. (Dvs. hver av de 10000 partiklene begynner på posisjon $x = 50$ på $t = 0$, og tar derfra 100 steg med dynamikken beskrevet over). Gi et 99% konfidensintervall for Z.