

- (a). Enkel kalkulator er einaste tillatne hjelpemiddel.
- (b). Svar på oppgåvene med tanke på å forklara medstudentane korleis du tenkjer og overttyda dei om at løysinga er rett.
- (c). Det er ikkje eit mål å velja same løysingsmetode som eksaminator. Der er som regel mange vegar til målet.
- (d). Les nøye gjennom heile oppgåvesettet før du tek til å løysa oppgåvene.

Oppgåve 1 (25%)
Drøft og skissér funksjonen

$$f(x) = -x^3 + x^2 + x.$$

Svar på fylgjande spørsmål, og markér svaret både i skissa og i teksta.

- (a) Kva ekstremalpunkt (maksimum og minimum) har funksjonen? Bestem x - og y -verdiene til ekstremalpunktta.
- (b) Kva nullpunkt har funksjonen?
- (c) For kva x -verdiar er funksjonen stigande?
- (d) Finn vendepunktet til $f(x)$. Vis både x - og y -verdien.
- (e) Finn likninga for vendetangenten og teikn vendetangenten i skissa.
- (f) Kva må skje med x for at funksjonsverdien skal gå mot uendeleg ($f(x) \rightarrow \infty$)?

Oppgåve 2 (25%)
Denne oppgåva dreier seg om renterekning og finansmatematikk.

- (a) Du set 700 kr. på konto til 4% rente. Kva er saldoen etter fem år?
- (b) Stortinget planlegg ein investering på 500 millionar kroner til neste år. Kva er noverdien på denne investeringa når rentenivået er 4%?
- (c) Du set 1000 kr. på konto til 4% rente. Kor mange år tek det før saldoen når 2500 kr.?
- (d) Johanna sparer til pensjon frå ho er 37 til 66, dvs. ho set inn 30 årlege beløp. Pensjonskontoen har 4% avkastning (rente) i året og ho set inn 30 000 kr. i året. Kva er pensjonssaldoen når ho er 67? (Då har det siste innskottet fått renter éin gong.)
- (e) Johanna er 67 år og går av med pensjon. Ho har 2 millionar kroner i pensjonsformue. Ho vil bruka ein del av pensjonsformuen på ein annuitet med årleg utbetaling på 200 000 kroner frå og med det året ho fyller 67. Rentenivået er 4%. Kor lenge varer pensjonen? (I kor mange år kan ho få den same annuiteten?)

Oppgåve 3..... (30%)

Vestskvip AS sel skvip. Utgiftene deira er 100 kr. per liter produsert skvip, pluss 10 000 kr. dagen i faste utgifter (uavhengig av produksjonsvolumet).

- (a). Skriv eit uttrykk for kostnadsfunksjonen $K(x)$.
- (b). Selskapet sel skvipet for 200kr. literen. Skriv eit uttrykk for inntektsfunksjonen $I(x)$.
- (c). Skissér b ae funksjonane $I(x)$ og $K(x)$ i same koordinatsystem. Hugs  a merka kva kurve som svarer til kva funksjon i teikninga.
- (d). Skriv eit uttrykk for profittfunksjonen $P(x)$.
- (e). Finn produksjonsvolumet x som gjev balanse i drifta (korkje overskot ellet underskot). Vis utrekninga og mark er l osyinga i skissa fr a forrige deloppg ave.

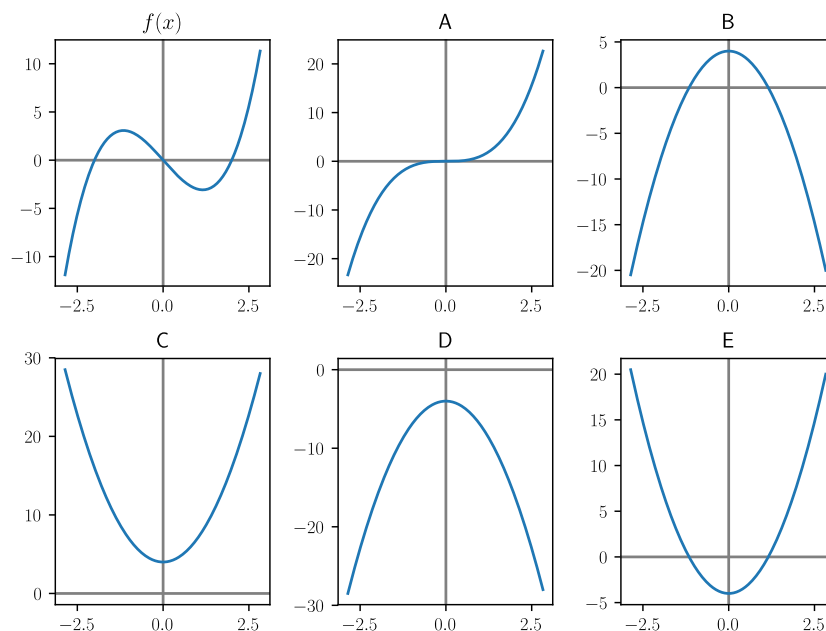
Ei anna bedrift har kostnadsfunksjonen

$$K(x) = x^2 - 20x + 1000.$$

- (f). Finn eit uttrykk for grensekostnaden $K'(x)$.
- (g). Finn eit uttrykk for gjennomsnittskostnaden (einingskostnaden) $A(x)$.
- (h). Finn kostnadsoptimum, dvs. det produksjonsvolumet x som gjev l agast mogleg gjennomsnittskostnad $A(x)$.

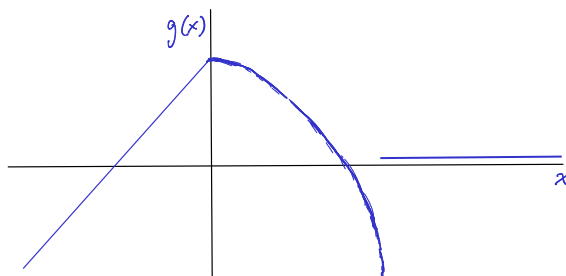
Sj a no p a tilfellet der bedrifta leverer $x = 100$ einingar.

- (i). Kva m a prisen vera for at bedrifta skal g a med overskot?
- (j). Kva m a prisen vera for at det skal l ona seg  a auka produksjonen?

Figur 1: Funksjonen $f(x)$ og kandidatar for $f'(x)$ til oppgåve 4.

Oppgåve 4..... (8%)

- (a) Sjå på skissa av $f(x)$ i figur 1. Kva for ein av kandidatane A, B, ..., F viser den deriverte $f'(x)$? Forklar kvifor.
- (b) Skisser $g'(x)$ basert på fylgjande skisse av $g(x)$.



Oppgåve 5..... (12%)

- (a) Løys ulikheita

$$\frac{x(x+1)}{x-1} \leq 0.$$

- (b) Løys likninga

$$\frac{x(x+1)}{x-1} = 2.$$

- (c) Finn
- $f'(x)$
- når
- $f(x) = \ln(x^2 - 1)$
- .

- (d) Finn
- $f'(x)$
- når
- $f(x) = e^x \cdot (x^{17} - x^2)$
- .

Formelark — Grunnleggjande Matematikk

Vedlegg til eksamensoppgåva, mai 2019

<i>Dersom ...</i>	<i>so gjeld at ...</i>
$0 = ax^2 + bx + c$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
$f(x) = c \cdot g(x)$	$f'(x) = c \cdot g'(x)$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$F(x) = f(g(x))$	$F'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

<i>Dersom ...</i>	<i>so gjeld at ...</i>
$f(x) = g(x) + h(x)$	$f'(x) = g'(x) + h'(x)$
$f(x) = g(x) \cdot h(x)$	$f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$
$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$	$f'(x) = \frac{p'(x)q(x) - p(x)q'(x)}{(q(x))^2}$

<i>Andre samanhengar</i>	
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\ln a^x = x \cdot \ln a$
$e^{\ln x} = x$	$\ln e^x = x$
$\sum_{i=0}^{n-1} v^i = \frac{v^n - 1}{v - 1}$	