

Grunnleggjande Matematikk 2018

Hans Georg Schaathun

4. januar 2019

Velkommen til emnet i Grunnleggjande Matematikk hausten 2018. Alt materiale til kurset vert publisert her. Kunngjeringar i BlackBoard vert brukt for å dra merksemd til viktige endringar og viktig praktisk informasjon.

Førelesarane er

- Professor Hans Georg Schaathun hasc@ntnu.no
- Pensjonert høgskulelektor Jan Gunnar Moe jan.g.moe@ntnu.no

Undervisinga i emnet omfattar

førelesingane 3x2h/veke går i Fogdegården og er lærarstyrte.

Her bruker me Moodle/JazzQuiz

gruppeøvingar skal fyrst og framst vera ein plass for å stilla spørsmål og å få individuell hjelp. De arbeider med oppgåvene i eige tempo. Ein førelesar og ein eller fleire studentassistentar vil bistå.

Der er sett av 2x2h/veke, men rommet har berre plass til halve klassa, og meininga er 1x2h per student i veka. So lenge det ikkje er fullt er det berre å koma alle timane, men dersom me får plassmangel, må me finna ein måte å dela klassa på.

Blackboard BlackBoard vert brukt til kunngjeringar og til forum.

Læringsmateriell Foruten denne sida, kjem der øvingshefter i

1. Finans og geometriske rekkjer.
2. Inntekts- og kostnadsfunksjonar med optimering og funksjonsdrøfting.

Det siste heftet dekkjer to hovudtema og er difor dobbelt so omfattande som det fyrste. Dei tre temaa er utdjupa i det siste kapittelet i det siste heftet.

Formelark Formelarket vert tilgjengeleg som vedlegg på eksamen.

Der er nokre viktige endringar i emnet, samanlikna med tidlegare år. Læringsmåla er dei same som før, men me skal leggja meir vekt på å nå *alle måla*, og ikkje berre ferdigheitsmåla. Det er ikkje lenger lov å ha med lærebok eller formelsamling på eksamen, og berre enkel kalkulator er lov.

Me vurderer å gje ei kort formelsamling (ei side) som vedlegg i eksamensoppgåva. Dette vil me ta stilling til etter midtvegsevalueringa i emnet. Innspel er velkomne, særleg innspel med grunngjeving.

1 Læringsmål og studieteknikk

1.1 Læringsmåla

Kunnskap: Kandidaten skal

- kunne tenke logisk og analytisk
- ha nødvendig matematikkgrunnlag for samfunns- og bedriftsøkonomi
- kunne knytte matematikkferdighetene til problemstillinger innen samfunns- og bedriftsøkonomi
- ha grunnlag for å forstå matematisk modellering i økonomiske sammenhenger

Ferdigheter: Kandidaten skal

- beherske et bredt spekter av aritmetiske og algebraiske operasjonar, inkludert forenkling av uttrykk og løysning av ulikheter, likningar og systemer av likningar
- kunne analysere énvareibelfunksjonar som polynomfunksjonar, rasjonale funksjonar, eksponentialfunksjonar, logaritme funksjonar og kombinasjonar av disse. Analysen omfattar nullpunkter, derivasjon, ekstremverdi problemar og elastisitet
- kunne analysere aritmetiske og geometriske rekke, analysere konvergens av geometriske rekke og bestemme summen av konvergente uendelige geometriske rekke
- kunne løse oppgaver innanfor finansmatematikk

Kompetanse: Kandidaten skal

- kunne bruke matematikk til å kommunisere om økonomiske og samfunnsmessige sammenhenger
- kunne bruke matematikk til å formulere og analysere økonomiske og samfunnsmessige sammenhenger
- ha en matematikkforståelse som kan danne basis for vidare studier og livslang læring

1.2 Kva er matematikk?

Alle har studert matematikk før, med større eller mindre hell, og har heilt sikkert ei meining om kva matematikk er. Det er ikkje sikkert denne meininga stemmer med *grunnleggjande matematikk*.

Svært ofte legg skulematematikk vekt på *ferdigheitsmåla*: å rekna ut dette og hint. Ein gong gav det meining. Eg har møtt tilårskomne kollegaar som hadde den fyrste jobben sin som *Computer*. Dei trengte rekneferdigheiter.

Ingen studentar i dag kjem til å få jobb som *computer*. Der er andre mål som tel i dag.

Legg særleg merke til kompetansemåla (over). Me skal bruka matematikk til å kommunisera om økonomiske og samfunnsmessige samanhengar, og bruke matematikk til å formulera og analysa slike samanhengar. Me skal ikkje gløyma ferdigheitsmåla heilt, men langt meir enn mål i seg sjølv, er ferdigheitane middel til andre mål.

1.3 Om å svara på oppgåver

Kompetansemåla i kurset har fylgjer for korleis ein skal arbeida med og svara på oppgåver. Utrekninga er den *minst* viktige delen av oppgåva. Langt viktigare er det å kunna *kommunisera* tolkinga og løysinga til andre, slik at dei vert overtydde om at svaret er rett. Fyrst og framst skal ein kunne overtyda kollegar og medstudentar som kan like mykje eller litt mindre enn ein sjølv.

Der er altfor mange forskjellige oppgåver til at ein kan pugga løysingsmønster. Der er uansett ingen pris for å løysa oppgåva med same metode som førelesaren ville ha brukt. Ein er nøydd til å tenkja sjølv. Dei fleste oppgåvene er basert på problem frå røynda, og ein må tenkja slik at ein får svar som gjev meining i røynda.

Ikkje alle oppgåver har ein fasit. Der er tolkingsrom i matematikk. Det må ein læra å handtera, gjerne gjennom å drøfta tolkingar med andre.

1.4 Studieteknikk

Samarbeid løner seg. På mange ulike måtar.

Ein lærer mykje av å forklara for andre. Ein lærer òg mykje av å retta for kvarandre.

Det er ikkje nok i kurset å løysa oppgåvene slik at sensor kjenner att nok som er rett. Ein skal svara slik at medstudentar vert overtydde om at svaret er rett; ogso medstudentar som kan litt mindre enn ein sjølv. Kven kan best gje tilbakemelding på det?

Det er òg nyttig å diskutera med fleire ulike personar, for å få ulike perspektiv.

Gruppeøvinga er ein god møteplass for å danna studiegrupper.

2 Førelingsplan

Mesteparten av undervisinga vil fokusera på tre hovudtema, der me sikter mot ein heilskapsforståing. Kvart hovudtema er venta å fylla 25–30% av eksamenssettet, og til saman skal dei dekkja den matematikken som er uunnverleg i resten av studiet. Dei tre hovudtemaa er til ein viss grad uavhengige av kvarandre.

Andre tema vert vonleg dekt raskt i slutten av semesteret, men dei som ynskjer full kontroll på alle delar av pensum må lesa ein del av stoffet sjølv. Prinsippet er at alt som står i læreboka (kapittel 1-5.5) er pensum, men ikkje alt er like viktig. Det er venta at 15–25% av oppgåvene på eksamen krev kompetanse utover dei tre hovudtemaa.

Konsekvensen av dette er at dei som vil ha ein ok karakter (dvs. C) skal fokusera på dei tre hovudtemaa og forsikra seg om at dei kan det skikkeleg. Resten er for dei som har ambisjonar om ein toppkarakter.

2.1 Tema 1. Finansmatematikk

Hovudlina i undervisinga, med førelesingar ved Hans Georg, fylgjer oppgåveheftet: Finans og geometriske rekkjer.

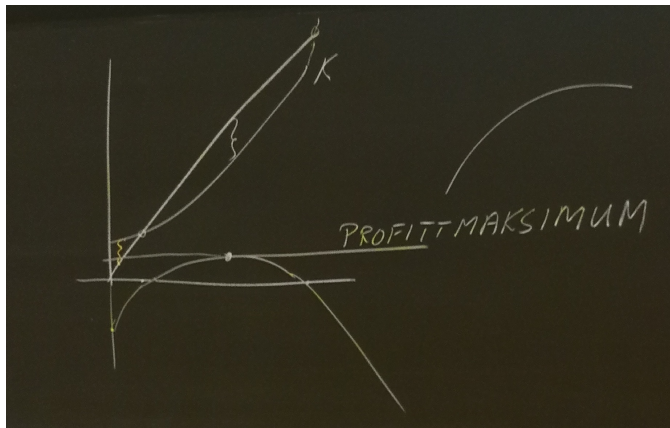
Jan Gunnar vil utdjupa teori grunnlaget basert på presentasjonen i læreboka (Bjørne-*stad et al*).

For å ha utbyte av undervisinga, skal ein gjera alle oppgåvene i oppgåveheftet, før førelesingane går vidare til neste tema.

Dag	Dato	Føresar	Innhald	Lesestoff
Tysdag	21. aug		Avlyst pga. administrativ svikt	
Onsdag	22. aug		Avlyst pga. administrativ svikt	
Fredag	24. aug	Hans Georg	Intro + Prosentrekning	Oppgåvehefte, kap. 2
Tysdag	28. aug	Hans Georg	Prosentrekning	Oppgåvehefte, kap. 2
Onsdag	29. aug	Jan Gunnar	Algebra m.m.	Læreboka, kap. 1.1–1.10
Fredag	31. aug	Hans Georg	Årleg vekst	Oppgåvehefte, kap. 3
Tysdag	4. sep	Hans Georg	Eksponentialfunksjonen (Animasjon m.m.)	Oppgåvehefte, kap. 4
Onsdag	5. sep	Jan Gunnar	Potensrekning	Læreboka, kap. 1.3, 1.5, 1.11, 4.1–4.2
Fredag	7. sep	Hans Georg	Logaritmefunksjonen	Oppgåvehefte, kap. 4
Tysdag	11. sep	Jan Gunnar	Eksponential- og logaritmefunksjonen	Læreboka, kap. 4.3–4.4
Onsdag	12. sept	Hans Georg	Finansmatematikk	Oppgåvehefte, kap. 5
Fredag	14. sept	Hans Georg	Finansmatematikk	Oppgåvehefte, kap. 5
Tysdag	18. sept	Jan Gunnar	Aritmetiske og geometriske rekkjer	Læreboka, kap. 5.1–5.4

2.2 Tema 2. Inntekts- og kostnadsfunksjonar

Nytt oppgåvehefte om kostnads- og inntektsfunksjonar.



Figur 1: Profittoptimum frå tavla 19. oktober.

Dag	Dato	Førelasar	Innhald	Lesestoff
Onsdag	19. sept	Jan Gunnar	Lineære problem	Oppgåvehefte, kap. 1
Fredag	21. sept	Jan Gunnar	Lineære problem	Oppgåvehefte, kap. 1
Tysdag	25. sept	Hans Georg	Lineære problem	Oppgåvehefte, kap. 1
Onsdag	26. sept	Hans Georg	Kvadratiske problem	Oppgåvehefte, kap. 2
Fredag	28. sept	Jan Gunnar	Kvadratiske problem	Læreboka
Tysdag	2. okt.	Hans Georg	Grensekostnad	Oppgåvehefte, kap. 3-4
Onsdag	3. okt.	Jan Gunnar	Intro til derivasjon	Læreboka, kap. 3

2.3 Tema 3. Funksjonsdrøfting med optimering

Der kjem ikkje eit eige hefte til Tema 3. I staden vil stoffet koma som nye kapittel i heftet saman med Tema 2.

Dag	Dato	Førelasar	Innhald	Lesestoff
Fredag	5. okt.	Hans Georg	Å drøfta og skissa	Øvingsheftet, kap. 5
Tysdag	9. okt.	Jan Gunnar	Derivasjon m.m.	Læreboka, kap. 3
Onsdag	10. okt.	Jan Gunnar	Derivasjon m.m.	Læreboka, kap. 3
Fredag	12. okt.	Jan Gunnar	Derivasjon m.m.	Læreboka, kap. 3
Tysdag	16. okt.	Hans Georg	Den andrederiverte	Øvingsheftet, kap. 6
Onsdag	17. okt.	Jan Gunnar og Hans Georg	Finansmatematikk (repetisjonsdøme)	Eksamen 2016/17
Fredag	19. okt.	Hans Georg	Kostnads- og profittoptimum	Øvingsheftet, kap. 7

2.4 Andre tema.

Utkast til plan.

Dag	Dato	Førelisar	Innhald	Lesestoff
Tysdag	23. okt.	Jan Gunnar	Brøk og rasjonale funksjonar	Læreboka, kap. 1.15, 3.5 m.fl.
Onsdag	24. okt.	Jan Gunnar	Brøk og rasjonale funksjonar	Læreboka, kap. 1.15, 3.5 m.fl.
Fredag	26. okt.	Jan Gunnar	Brøk og rasjonale funksjonar	Læreboka, kap. 1.15, 3.5 m.fl.
Tysdag	30. okt.	Hans Georg	Etterspurnadsfunksjonen og inntektsoptimering	Læreboka 3.16 og 3.5
Onsdag	31. okt.	Hans Georg	Produktregelen og elastisitet	Læreboka 3.16 og 3.5
Fredag	2. nov.	Hans Georg	Produktregelen og elastisitet	Læreboka 3.16 og 3.5
Tysdag	6. nov.	Jan Gunnar	Kjerneregelen og exp/ln	Læreboka, kap. 3.6 og 4
Onsdag	7. nov.	Jan Gunnar	Kjerneregelen og exp/ln	Læreboka, kap. 3.6 og 4
Fredag	9. nov.	Jan Gunnar	Kjerneregelen og exp/ln	Læreboka, kap. 3.6 og 4
Tysdag	13. nov.	Jan Gunnar	Faktorisering og polynomdivisjon	
Onsdag	14. nov.	Jan Gunnar	Likningar med funksjonar av x	
Fredag	16. nov.			
Tysdag	20. nov.			
Onsdag	21. nov.			
Fredag	22. nov.			

3 Obligatoriske arbeidskrav

3.1 Fyrste oblig

Det fyrste arbeidskravet omfattar tre innleveringar. Fristane er som fylgjer:

18. september kl. 23.59 Innlevering av løysing på oppgåvene i BlackBoard. Dette er individuelt arbeid. Det er lov å få hjelp, men ein må levera svaret med eigne ord som ein sjølv forstår og kan stå inne for.

Svaret bør skrivast for hand og skannast for innlevering. Skrivarane på NTNU kan òg skanne, og sender fila på epost til brukaren. Dette er enkelt og påliteleg. Det er lov å skriva på maskin, men for dei fleste er det eit dårleg alternativ.

27. september kl. 23.59 Evaluering og kommentarar på løysingane frå tre andre studentar. Evalueringa må leverast både i BlackBoard, og til studenten som vert vurdert.

Dei som ynskjer det, kan organisera sine egne grupper der dei vurderer kvarandre. Elles dannar me grupper på øvingane 19.-20. september, og om det trengst ogso 26.-27. september. Ta med utskrift av løysinga på gruppeøvinga dersom du treng å få ho vurdert der.

7. oktober kl. 23.59 Innlevering av revidert løysing, med vurderingane og refleksjonsnotat i BlackBoard.

Dette er igjen individuelt arbeid, og målet er å gå gjennom kva *du sjølv* har lært gjennom øvinga. Dette vert kontrollert av faglærar.

Obligatoriske arbeidskrav er ikkje karaktergjevande, men må vera tilfredsstillande fullført for å få gå opp til eksamen. Kravet for å få godkjent er fyrst og framst ein hederleg innsats, med

1. eit alvorleg forsøk på løysing til den fyrste innleveringa.
2. konstruktive og nyttige innspel til medstudentane på den andre innleveringa.
3. ettertenkt refleksjon over kva som er lært på siste innlevering.

Studentar som har fullført obligatoriske arbeidskrav tidlegare, anten i *Grunnleggjande matematikk*, *Matematikk for økonomifag* eller *Matematikk for marknadsfag*, treng ikkje å ta arbeidskrava på nytt. Det er derimot viktig at ein i so fall dobbelsjekkar listene før eksamen, og melder evt. feil so raskt som råd.

Atterhald om trykkfeil. Gje eit ord om du ser noko som ikkje gjev mening.

3.1.1 Oppgåvene

Løys to av fylgjande fem oppgåver. Dersom du allereie har funne ei gruppe til medstudentvurderinga, er det lurt om ikkje alle i gruppa vel dei same oppgåvene.

Oppgåve 1. *Snorre og Synnøve har arva ein million kroner kvar og set pengane i aksjefond. Snorre vel eit lågrisikofond og får 1,5% rente (avkastning) per år. Synnøve vel høgare risiko, og har flaks; ho får 2,5% rente.*

1. *Plott verdiutviklinga for både Snorre og Synnøve i same koordinatsystem frå innskotstidspunktet og femti år fram i tid.*
2. *Kor lang tid tek det før Snorre har fått dubla verdien?*
3. *Kor lang tid tek det før Synnøve har fått dubla verdien?*

Oppgåve 2. *Du får tilbod om eit lån til 3% nominell rente per år, med månadleg forrenting. Der er ingen gebyr. Kva er den effektive rentesatsen?*

Oppgåve 3. *Politikarane debatterer ny hovudveg, som evt. kan byggjast 2022–24. Kostnaden er venta å verta éin milliard kroner kvart år i byggjeperioden på tre år. Diskonteringsrenta er 4%. Rekn ut noverdien (per 2018) av dette prosjektet.*

Oppgåve 4. *Anne Sofie har 20 000 kr. i eit aksjefond. Ved slutten av kvart år får ho 5% avkastning og tek ut 1000 kr. Kor mange år går det før ho har brukt opp pengane?*

Oppgåve 5. *Filip vurderer å kjøpa opp ei lita bedrift. Han trur at bedrifta har eit unikt konsept som vil gje 500 000 kroner i profitt kvart år i all framtid. Han reknar med ei diskonteringsrente på 3%. Kor mykje er han maksimalt viljug til å betala for bedrifta?*

3.1.2 Vurdering av medstudentar

Det viktigaste i medstudentvurderingane er å diskutera korleis svaret kan skrivast for å overtyda lesaren. Det er sjølv sagt viktig at løysinga er rett, men det har liten verdi om lesaren ikkje skjønner kvifor.

Fasit er ikkje utdelt, fordi det ville øydeleggja dykkar eigen kritiske prosess. Drøft gjerne vurderinga munnleg i ei gruppe før de skriv ho ned, særleg dersom de er i tvil om argumenta. Det er òg lov å be førelesarane og læringsassistentane om hjelp i denne prosessen.

Vurderinga skal

1. peika på to eller tre ting som er bra i løysingsforslaget.
2. peika på éin ting som studenten bør arbeida meir med.
3. svara på fylgjande for kvar deloppgåve:
 - a) Er svaret riktig?
 - b) Vert du overtydd om at svaret er riktig ved å lesa løysinga?

Kvar student skal levera vurdering av tre andre studentar i BlackBoard. Dette er for å kunna sjekka at alle har vore aktivt med i denne delen av arbeidskravet. I tillegg må sjølv sagt vurderingane leverast til den studenten som er vurdert, til bruk i neste innlevering. Kvar student må òg sjå til å verta vurdert av tre andre studentar.

3.1.3 Refleksjonsnotatet

Innleveringa skal omfatta tre delar:

1. Ei revidert løysing på oppgåva.
2. Kopi av alle vurderingane som du har fått frå andre studentar. Dersom ein ikkje har ei vurdering frå tre andre studentar, eller ei vurdering ikkje er konstruktiv eller nyttig, skal ein i tillegg levera ein kort kommentar som fortel kven ein manglar vurdering frå og evt. kvifor ein meiner at ei vurdering ikkje er brukbar.

3. Eit refleksjonsnotat der du reflekterer over kva du har lært i løpet av prosjektet. Refleksjonsnotatet bør som regel om lag éi side maskinskrive, men der er ingen absolutte grenser.

Innhaldet av refleksjonsnotata vil variera avhengig av kor nøgd du er med den opprinnelege løysinga di, kva du har lært og korleis du jobbar med studia. Normalt bør du i alle fall svara på fylgjande spørsmål:

1. Reflekter over *løysinga di*:
 - Kva er bra?
 - Kva kunne vore betre?
2. Reflekter over *deg sjølv*:
 - Kva har du lært gjennom arbeidskravet?
 - Kva treng du å arbeida spesielt med i resten av kurset?
3. Reflekter over arbeidskravet som *læringsaktivitet*:
 - Kva har vore bra?
 - Kva bør førelesarane arbeida med for å gjera aktiviteten betre?

3.2 Andre oblig

Utkast. Kvalitetssikring står att.

Tilbakemeldingane etter den fyrste obliggen tyder på at dei gruppene som har prata saman og drøfta oppgåvene i lag har hatt mykje utbyte av det. Dei som har fokusert utelukkande på den skriftlege vurderinga har hatt litt mindre utbyte.

Det andre arbeidskravet liknar det fyrste, men me organiserer det litt annleis.

Innan 1. november Dann grupper på 3–5 personar og vert samde om korleis de skal gjera gjennomføra resten av prosjektet; *eller* send epost til Hans Georg (hasc@ntnu.no) og be om å verta plassert i ei gruppe. Bruk «Oblig 2 gruppeinndeling» som emnefelt. Dersom de er ei gruppe med ledige plassar kan de òg senda epost for å fylla dei.

Dersom de sender epost, må de gjerne nemna kva oppgåver de ynskjer å jobba med (vanskegrad o.l.).

Innan 8. november Verta samde om minst éi oppgåve som alle i gruppa løyser.

Oppgåvene vel de sjølv frå alle tidlegare eksamensoppgåver, slik at dei utgjer minst 20% av settet. (Bruk skjønn dersom settet ikkje vektar oppgåvene.)

Før møtet i gruppa Løys oppgåvene kvar for dykk og datér løysinga. Hugs å forklara løysinga med tanke på at medstudentane skal skjøna resonnementet. Løysingsforslaga som er lagt ut for nokre eksamensoppgåver er ikkje alltid fullstendige nok.

Innan 19. november Diskuter oppgåva i gruppa og samanlikn løysingane dykkar. Vert samde om kva som er rett svar, og ein eller fleire gode løysingametodar. Drøft òg kva som gjer oppgåve interessant, nyttig, enkel og/eller vanskeleg.

Dersom de er usamde eller i tvil om kva som er rett svar, spør ein studentassistent eller førelesar om hjelp.

Innan 26. november kl. 13:00 Skriv kvar for dykk ei oppsummering av diskusjonen i gruppa og refleksjon over kva du har lært av oppgåva og av diskusjonen. Dersom du ikkje er nøgd med den opprinnelege løysinga di, lagar du òg ei ny og betre løysing. Levér inn dette saman med den opprinnelege, daterte løysinga på BlackBoard

Merk at me berre krev innlevering heilt til sist. Dei andre fristane vert difor vegleiarde. Det som er vesentleg er at de i gruppa gjev kvarandre god nok tid til arbeidet før og etter møtet i gruppa.

Vurderings- og refleksjonsspørsmåla frå det fyrste arbeidskravet kan vera eit nyttig utgangspunkt for diskusjonen og innleveringa denne gongen òg.

Hugs at oppgåveløysing er viktig for læring, og dei treng ikkje vera obligatoriske for at ein skal gjera dei. Det obligatoriske arbeidskravet er lagt opp som det er for at alle skal få trening i denne formen for samarbeid. Det er eit minimumskrav, og ein må gjerne gjera meir både saman og aleine.

4 Pensum

Lærebok: Bjørnestad, Olsson, Søyland og Tolcsiner: *Matematikk for økonomi og samfunnsfag*, 8. eller 9. utgåve, samt tilhøyrande løysingsforslag. Kapittel 1-5, bortsett frå 5.6, 5.7 og 5.8.

Heile den nemnde delen av boka er pensum, men ikkje alt er like viktig. Oppgåvesamlingar vert utarbeidd for dei mest sentrale temaa i kurset, og dei vil fleste vil vera tent med å studera dei fyrst.

Kapittelreferansane er til 8. utgåve. Der er små endringar mellom utgåvene; eg skal dobbelsjekka referanse i 9. utgåve og oppdatera pensumsida.

5 Foilar og animasjonar

1. <http://kerckhoffs.schaathun.net/matematikk1/talks/limits/bouncingball/>
2. <http://kerckhoffs.schaathun.net/matematikk1/talks/derivation/intro/>
3. <http://kerckhoffs.schaathun.net/matematikk1/talks/derivation/tangent/>

6 Gamle eksamensoppgåver

Nota Bene Frå og med hausten 2018 er enkel kalkulator einaste hjelpemiddel på eksamen. Tidlegare eksamenar hadde open bok. Mange av oppgåvene i tidlegare eksamenssett,

særleg frå skuleåret 2017/18, vil vera typiske for kva ein kan venta i framtida, sjølv om nokre tilpassingar må gjerast når me endrar frå open til lukka bok.

- Hausten 2018 (bokmål, løysingsforslag) med vedlegg (bokmål)
- Våren 2018 (bokmål, løysingsforslag)
- Hausten 2017 (bokmål, løysingsforslag)
- Kontinuasjoneksamen 2017 (løysingsforslag)
- Desember 2016
- Juni 2016 (førebelst fasit)
- November 2015 (skisse til løysing)
- Våren 2015 med løysingsforslag