

Kalkulator, lærebok og formelsamling er lov.
Håndskrevne notater i lærebok og formelsamling er lov.
Løse ark, med unntak av bokmerker, er ikke lov.

(a). Alle svar må grunngis. Kalkulatoren kan bare brukes til tallregning og til kontroll.
(b). Du skal forklare hvordan du tenker deg frem til svaret. Det er ikke et mål å bruke samme metode som eksaminator ville ha brukt. Der er som regel flere riktige metoder.
(c). Start alltid nytt spørsmål på ny side.

Oppgave 1..... (15%)

(a) Løs ligningen

$$x^2 + 2x = 3$$

(b) Løs ligningene

$$2x - y = 3$$

$$x + y = 0$$

(c) Løs ulikheten

$$\frac{x(x+2)}{x-1} \leq 0$$

(d) Løs ulikheten

$$\frac{x(x+2)}{x-1} \geq 2$$

(e) Løs ligningen

$$(x-2)(x^2-1) = 0$$

Oppgave 2..... (9%)

Finn $f'(x)$ når

(a) $f(x) = \frac{x^3}{3} + \ln x$

(b) $f(x) = e^x x^2$

(c) $f(x) = e^{x^2+x}$

Oppgave 3..... (24%)

Drøft og skissér funksjonen

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x.$$

Svar på følgende spørsmål, og markér svaret både i skissen og i teksten.

(a) Hvilke ekstremalpunkter (maksimum og minimum) har funksjonen? Bestem x - og y -verdiene til ekstremalpunktene.

(b) Hvilke nullpunkter har funksjonen?

(c) For hvilke x -verdier er funksjonen stigende?

(d) For hvilke x -verdier er funksjonen positiv? Dvs. $f(x) > 0$.

(e) Finn vendepunktet til $f(x)$. Vis både x - og y -verdien.

(f) Hva skjer med funksjonsverdien $f(x)$ når $x \rightarrow \infty$?

Oppgave 4..... (8%)

Du setter 1000 kr. på konto til 2% rente.

- (a) Hva er saldoen etter seks år?
- (b) Hvor mange år tar det før saldoen er 2000 kr.?

Oppgave 5..... (14%)

Ålesund Dings og Profitt AS selger dingser. Utgiftene deres er 10 kr. per produsert dings, pluss 1000 kr. dagen i faste utgifter (uavhengig av produksjonsvolumet).

- (a). Skriv et uttrykk for kostnadsfunksjonen $K(x)$.
- (b). Hver dings blir solgt for 20kr. Skriv et uttrykk for inntektsfunksjonen $I(x)$.
- (c). Skissér begge funksjonene $I(x)$ og $K(x)$ i samme koordinatsystem. Husk å merke hvilken kurve som svarer til hvilken funksjon i tegningen.
- (d). Skriv et uttrykk for profittfunksjonen $P(x)$.
- (e). Finn produksjonsvolumet x som gir balanse i driften (hverken overskudd ellet underskudd). Vis utregningen og markér løsningen i skissen fra forrige deloppgave.

Oppgave 6..... (15%)

En anden bedrift har kostnadsfunksjonen

$$K(x) = x^2 + 10x + 30.$$

- (a). Finn et uttrykk for grensekostnaden $K'(x)$?
- (b). Finn et uttrykk for gjennomsnittskostnaden $A(x)$ når bedriften produserer x dingser?

Se så på tilfellet der bedriften leverer $x = 10$ dingser.

- (c). Finn gjennomsnittskostnaden for $x = 10$
- (d). Finn grensekostnaden for $x = 10$
- (e). Hva må utsalgsprisen være for at bedriften skal gå med overskudd?
- (f). Hva må utsalgsprisen være for at det skal lønne seg å øke produksjonen?

Oppgave 7..... (15%)

Per og Kari fikk en genial idé da de skrev sisteårsoppgave på studiet, og nu vil de starte bedrift. De tror at idéen deres kan gi en profitt på én million kroner ved utgangen av hvert år i fem år, før andre aktører kommer etter og profitten forsvinner pga. konkurransen. Diskonteringsraten (rentenivået) er fem prosent.

- (a). Hva er nuverdien til profitten?
- (b). Sett i stedet at de regner med å videreutvikle idéen og oppnå en profitt på en million per år til evig tid. Hva er nuverdien på denne evige profittstrømmen?
- (c). Det koster dem fem millioner å starte bedriften. Hvor mange år tar det før de har tjent inn oppstartkostnaden?