(a). Enkel kalkulator er eneste tillatte hjelpemiddel.

(b). Svar på oppgavene med tanke på å forklare medstudentene hvordan du tenker og overbevise dem om at løsningen er rett.

(c). Det er ikke et mål å velge samme løsningsmetode som eksaminator. Der er som regel mange veier til målet.

(d). Les nøye gjennom hele oppgavesettet før du begynner å løse oppgavene.

Oppgave 1 .......... *(25%)*

Drøft og skissér funksjonen

$$f(x) = -x^3 + x^2 + x.$$

Svar på følgende spørsmål, og markér svaret både i skissen og i teksten.

(a) Hvilke ekstremalpunkter (maksimum og minimum) har funksjonen? Bestem $x$- og $y$-verdiene til ekstremalpunktene.

(b) Hvilke nullpunkter har funksjonen?

(c) For hvilke $x$-verdier er funksjonen stigende?

(d) Finn vendepunktet til $f(x)$. Vis både $x$- og $y$-verdien.

(e) Finn ligningen for vendetangenten og tegn vendetangenten i skissen.

(f) Hva må skje med $x$ for at funksjonsverdien skal gå mot uendelig ($f(x) \to \infty$)?

Oppgave 2 .......... *(25%)*

Denne oppgaven dreier seg om renteregning og finansmatematikk.

(a) Du setter 700 kr. på konto til 4% rente. Hva er saldoen etter fem år?

(b) Stortinget planlegger en investering på 500 millioner kroner til neste år. Hva er nuverdien på denne investeringen når rentenivået er 4%?

(c) Du setter 1000 kr. på konto til 4% rente. Hvor mange år tar det før saldoen når 2500 kr.?

(d) Johanna sparer til pensjon fra hun er 37 til 66, dvs. hun setter inn 30 årlige beløper. Pensjonskontoen har 4% avkastning (rente) i året og hun setter inn 30 000 kr. i året. Hva er pensjonssaldoen når hun er 67? (Da har det siste innskudded fått renter én gang.)

(e) Johanna er 67 år og går av med pensjon. Hun har 2 millioner kroner i pensjonsformue. Hun vil bruke en del av pensjonsformuen på en annuitet med årlig utbetaling på 200 000 kroner fra og med det året hun fyller 67. Rentenivået er 4%. Hvor lenge varer pensjonen? (I hvor mange år kan hun få den samme annuiteten?)

Oppgave 3 ........................................................................................ *(30%)*

Vestskvip AS selger skvip. Utgiftene deres er 100 kr. per liter produsert skvip, pluss 10 000 kr. dagen i faste utgifter (uavhengig av produksjonsvolumet).

(a). Skriv et uttrykk for kostnadsfunksjonen $K(x)$.

(b). Selskapet selger skvipet for 200kr. literen. Skriv et uttrykk for inntektsfunksjonen $I(x)$.

(c). Skissér begge funksjonene $I(x)$ og $K(x)$ i samme koordinatsystem. Husk å merke hvilken kurve som svarer til hvilken funksjon i tegningen.

(d). Skriv et uttrykk for profittfunksjonen $P(x)$.

(e). Finn produksjonsvolumet $x$ som gir balanse i driften (hverken overskudd ellet underskudd). Vis utregningen og markér løsningen i skissen fra forrige deloppgave.

En anden bedrift har kostnadsfunksjonen

$$K(x) = x^2 - 20x + 1000.$$

(f). Finn et uttrykk for grensekostnaden $K'(x)$.

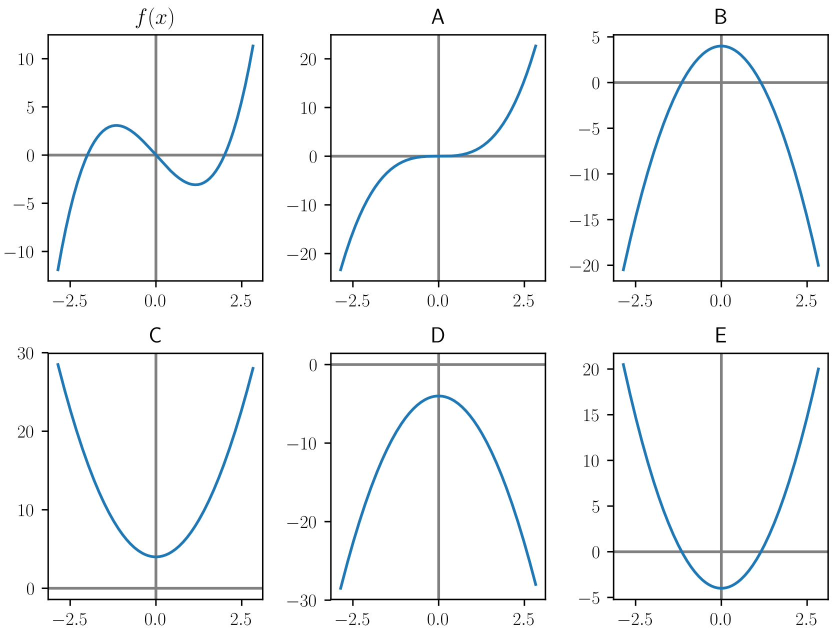
(g). Finn et uttrykk for gjennomsnittskostnaden (enhetskostnaden) $A(x)$.

(h). Finn kostnadsoptimum, dvs. det produksjonsvolumet $x$ som gir minst mulig gjennomsnittskostnad $A(x)$.

Se så på tilfellet der bedriften leverer $x = 100$ enheter.

(i). Hva må prisen være for at bedriften skal gå med overskudd?

(j). Hva må prisen være for at det skal lønne seg å øke produksjonen?

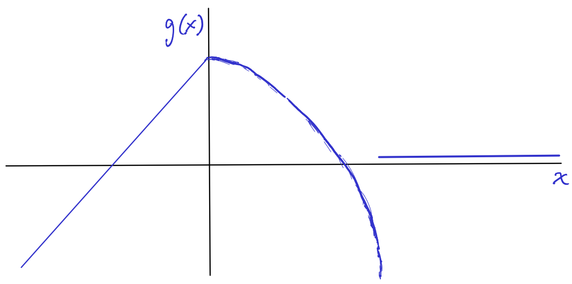



Figur 1: Funksjonen $f(x)$ og kandidater for $f'(x)$ til oppgave 4.

Oppgave 4 ........................................................................................ *(8%)*

(a) Se på skissen av $f(x)$ i figur 1. Hvilken av kandidatene A, B, . . . , F viser den deriverte $f'(x)$? Forklar hvorfor.

(b) Skisser $g'(x)$ basert på følgende skisse av $g(x)$.




Oppgave 5 ........................................................................................ *(12%)*

(a) Løs ulikheten

$$\frac{x(x+1)}{x-1} \leq 0.$$

(b) Løs ligningen

$$\frac{x(x+1)}{x-1} = 2.$$

(c) Finn $f'(x)$ når $f(x) = \ln(x^2 - 1)$.

(d) Finn $f'(x)$ når $f(x) = e^x \cdot (x^{17} - x^2)$.

**Formelark — Grunnleggende Matematikk**

*Vedlegg til eksamensoppgaven, mai 2019*

| *Dersom ...* | *så gjelder det at ...* |
|---|---|
| $0 = ax^2 + bx + c$ | $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ |
| $f(x) = x^n$ | $f'(x) = nx^{n-1}$ |
| $f(x) = \frac{1}{x}$ | $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ |
| $f(x) = c \cdot g(x)$ | $f'(x) = c \cdot g'(x)$ |
| $f(x) = e^x$ | $f'(x) = e^x$ |
| $f(x) = \ln x$ | $f'(x) = \frac{1}{x}$ |
| $F(x) = f(g(x))$ | $F'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ |

| *Dersom ...* | *så gjelder det at ...* |
|---|---|
| $f(x) = g(x) + h(x)$ | $f'(x) = g'(x) + h'(x)$ |
| $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ | $f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$ |
| $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ | $f'(x) = \frac{p'(x)q(x) - p(x)q'(x)}{(q(x))^2}$ |

| *Andre sammenhenger* | |
|---|---|
| $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ | $\ln a^x = x \cdot \ln a$ |
| $e^{\ln x} = x$ | $\ln e^x = x$ |
| $\sum_{i=0}^{n-1} v^i = \frac{v^n - 1}{v - 1}$ | |