

- (a). Les nøye gjennom hele oppgavesettet før du begynner å løse oppgavene.
- (b). Enkel kalkulator er eneste tillatte hjelpemiddel.
- (c). Svar på oppgavene med tanke på å forklare medstudentene hvordan du tenker og overbevise dem om at løsningen er rett.
- (d). Det er ikke et mål å velge samme løsningsmetode som eksaminator. Der er som regel mange veier til målet.

Oppgave 1..... (25%)
Drøft og skissér funksjonen

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 4x.$$

Svar på følgende spørsmål, og markér svaret både i skissen og i teksten.

- (a) Hvilke nullpunkter har funksjonen?
- (b) Hvilke ekstremalpunkter (maksimum og minimum) har funksjonen? Bestem x - og y -verdiene til ekstremalpunktene.
- (c) For hvilke x -verdier er funksjonen stigende?
- (d) Finn vendepunktet til $f(x)$. Vis både x - og y -verdien.
- (e) Finn ligningen for vendetangenten og tegn vendetangenten i skissen.
- (f) Hva skjer med funksjonsverdien $f(x)$ når $x \rightarrow \infty$?

Oppgave 2..... (27%)

Ålesund Dings og Profitt AS selger dingser. Utgiftene deres er 64 kr. per produsert dings, pluss 4096 kr. dagen i faste utgifter (uavhengig av produksjonsvolumet).

- (a). Skriv et uttrykk for kostnadsfunksjonen $K(x)$.
- (b). Hver dings blir solgt for 100kr. Skriv et uttrykk for inntektsfunksjonen $I(x)$.
- (c). Skissér begge funksjonene $I(x)$ og $K(x)$ i samme koordinatsystem. Husk å merke hvilken kurve som svarer til hvilken funksjon i tegningen.
- (d). Finn produksjonsvolumet x som gir balanse i driften (hverken overskudd eller underskudd). Vis utregningen og markér løsningen i skissen fra forrige deloppgave.
- (e). Skriv et uttrykk for profittfunksjonen $P(x)$.
- (f). Skriv et uttrykk for enhetskostnaden.
- (g). Hva skjer med gjennomsnittskostnaden når produksjonen øker ubegrenset (dvs. $x \rightarrow \infty$)?

En annen bedrift har kostnadsfunksjonen

$$K(x) = 0,1 \cdot x^2 + x + 1000.$$

- (h). Finn et uttrykk for grensekostnaden $K'(x)$.
- (i). Forklar kort hva grensekostnaden forteller oss med tanke på hva som er fornuftig for bedriften å gjøre med produksjonsvolumet.

Oppgave 3..... (27%)

Denne oppgaven dreier seg om renteregning og finansmatematikk.

- (a) Du setter 12 000 kr. på konto til 1,5% rente. Hva er saldoen etter ti år?
- (b) Du setter 100 kr. på konto til 2% rente. Hvor mange år tar det før saldoen er tredoblet (300 kr.)?
- (c) Du sparer 5000 kr. i året på en sparekonto med 2% rente. Hvor meget har du på sparekontoen når du har satt inn det tiende beløpet?
- (d) Du sparer 5000 kr. i året på en sparekonto med 2% rente. Hvor mange år tek det før du har 50 000 kr. på kontoen?
- (e) Kva er no-verdien av 100 000 kroner utbetalt om ti år når rentenivået er 4%?
- (f) Annanias er 67 år og går av med pensjon. Han vil bruke en del av pensjonsformuen på en annuitet. Han vil ha en årlig utbetaling på 100 000 kroner fra og med det året han fyller 67 til og med det året han fyller 76. Finn nuverdien av denne annuiteten når rentenivået er 3%.
- (g) Emilie vurderer å kjøpe opp *startup*-bedriften Nova. Ho regner med at bedriften kan tjene 20 millioner kroner i året til evig tid. Hvor meget kan Fredrik maksimalt være villig til å betale for StarIdea? Han reknar med eit rentenivå på 3%.

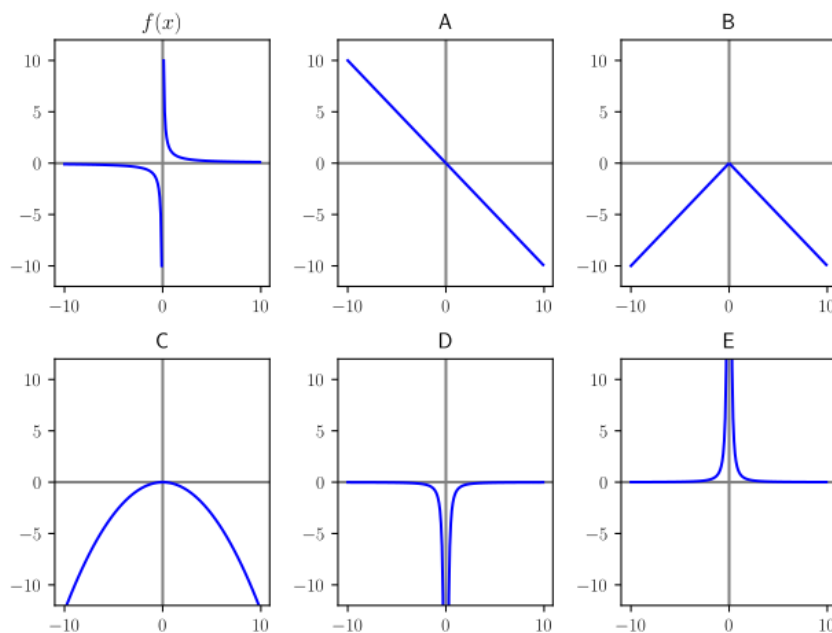
Oppgave 4..... (10%)

Gjennomsnittskostnaden for en bestemt bedrift er gitt som funksjonen

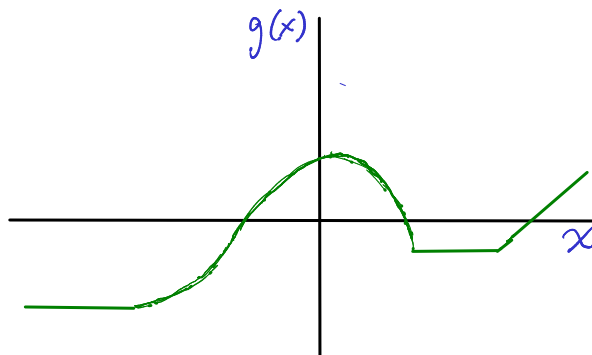
$$A(x) = 0,02 \cdot x + 10 + \frac{1000}{x}.$$

Drøft og skisser funksjonen $A(x)$. Svar på følgende spørsmål, og illustrer svarene med markering i skissen.

- (a). Hvor meget må bedriften produsere for å oppnå lavest mulig kostnad per enhet?
- (b). Hvor meget koster hver enhet (i gjennomsnitt) når det er så billig som mulig?
- (c). Markér asymptotene i skissa.
- (d). Finn matematiske uttrykk (ligninger eller funksjonsuttrykk) for asymptotene.



Figur 1: Funksjonen $f(x)$ og kandidater for $f'(x)$ til oppgave 5.



Figur 2: Funksjonen $g(x)$ i oppgave 5.

Oppgave 5..... (8%)

- (a) Se på skissen av $f(x)$ i figur 1. Hvilken av kandidatene A, B, ..., F viser den deriverte $f'(x)$? Forklar hvorfor.
- (b) Skisser $g'(x)$ basert på skissen i figur 2.

Oppgave 6..... (3%)

Løs ulikheten

$$\frac{x(x-2)}{x+2} \geq 2.$$