

Matematisk Problemløysing 2019

Hans Georg Schaathun

20. desember 2019

Foilar:
Introduksjons-
forelesing

Velkommen til emnet i Matematisk Problemløysing hausten 2019. Alt materiale til kurset vert publisert her. Kunngjeringar i BlackBoard vert brukt for å dra merksemd til viktige endringar og viktig praktisk informasjon.

Førelaren er Professor Hans Georg Schaathun hasc@ntnu.no. Tak gjerne kontakt med spørsmål og anna. Det enklaste er å ta kontakt på undervisingsøktene, men send gjerne epost eller stikk innom på B319.

Undervisinga i emnet omfattar

Organisert undervising Normalt to økter à fire timar i veka. Pga. vanskar i timeplanlegginga, kan der vera variasjon i tid og stad på desse øktene. Sjå den offisielle timeplanen for detaljar om dette. Normalt vil me byta rom i løpet av økta, slik at me har auditorium i den fyrste og den siste timen, og flatt rom dei to timane i midten. Det er likevel viktig å merka seg at dette er éin økt som går over fire timar med eitt samanhengjande program. Meldingar vert ikkje gjentekne for dei som kjem seint, heller ikkje etter rombyte.

I auditoriet bruker me Moodle/JazzQuiz.

Obligatoriske arbeidskrav Der er to typar arbeidskrav i emnet. Det eine er individuelle innleveringar basert på gruppearbeid i øvingstimane. Det andre er automatisk retta oppgåver i Moodle (CAPQuiz). Sjå avsnitt 3.

Blackboard BlackBoard vert brukt til kunngjeringar og til innlevering av obligatoriske innleveringar.

Moodle Me bruker ein eigen moodletenar til øvingane. Det enklaste å logga inn med FEIDE (same system som dei fleste andre tenester ved NTNU). Når me bruker JazzQuiz i førelingane, er det lov å logga inn som gjest, dersom de ynskjer å vera heilt trygge på at de er anonyme. Når de gjer obligatoriske arbeidskrav (CA-OQuiz) er eg sjølv sagt avhengig av at de framstår med same namn som de har i studentlistene.

Læringsmateriell Foruten denne sida, kjem der øvingshefter i

1. Finans og geometriske rekkjer.

2. Inntekts- og kostnadsfunksjonar med optimering og funksjonsdrøfting.

Det siste heftet dekkjer to hovudtema og er difor dobbelt so omfattande som det fyrste. Dei tre temaa er utdjupa i det siste kapittelet i det siste heftet.

Der er ingen fasit til øvingsheftene. Det er med hensikt. De skal bruka heftet til å drøfta løysingane med kvarandre og sikta mot ei felles overtyding. Det er berre på denne måten de kan opparbeida tanksetts- og kommunikasjonskompetanse. Alle røynslene våre viser at fasit er ei bjørneteneste som motverkar læringsmåla.

Det er derimot alltid lov å spørja om råd. Både førelesar og læringsassistentar er her for å hjelpa, og når de trengst bidreg me med løysingsforslag.

Formelark Formelarket vert tilgjengeleg som vedlegg på eksamen. (Dette kan verta revidert fram til siste undervisingsveke.)

NB! Sjølv om emnet i prinsippet fylgjer dei same læringsmåla som vart vedtekne då emnet vart innført i 2015, er der skjedd, og held fram å skje, mange endringar i praksis. Me skal leggja meir vekt på å nå og vurdera *alle læringsmåla*, og ikkje berre ferdigheitsmåla. Dette gjer at emnet kanskje skil seg ein del frå kva de er vane med å møta i matematikken. Frå og med 2018, er det er ikkje lenger lov å ha med lærebok eller formelsamling på eksamen, og berre enkel kalkulator er lov. De for derimot eit enkelt formelark som vedlegg på eksamen (sjå over). I 2019 har me òg revidert læringsmåla for å gjera dei enno tydlegare og meir konkrete.

1 Læringsmål og studieteknikk

1.1 Læringsmåla

Kunnskap: Kandidaten skal

1. kunna sjå samanhangen mellom abstrakte matematiske modellar og konkrete problem i bedriftsøkonomi og marknadsanalyse.
2. ha ein heilskapleg forståing av problema som er nemnde under ferdigheitsmåla, og kjenna til ulike løysingsstrategiar der det er relevant.
3. kunna vita kva gjennomsnitts- og grensekostnad fortel om lønsemd.

Ferdigheter: Kandidaten skal

1. kunna rekna på rente- og finansproblem ved hjelp av eksponential- og logaritme-funksjonar og geometriske rekkjer.
2. kunna rekna på lineære og kvadratiske kostnads- og inntektsfunksjonar, løysa balanseproblem ved hjelp av likningar.
3. kunna analysere og drøfta polynomfunksjoner, inkl. derivasjon og identifisering av null- og ekstremalpunkt.

4. kunna bruka algebraiske formuleringar for å koma fram til generelle slutningar.

Kandidaten bør

1. kunna drøfta og analysera rasjonale funksjonar og eksponential- og logaritmefunksjonar.
2. kunne løysa abstrakte og algebraiske problem innanfor problemområda nemnde over.
3. kunne overføre løysingsteknikkane nemnde over til andre typar problem.

Kompetanse: Kandidaten skal

1. kunna kommunisera om og ved hjelp av matematikk.
2. kunna matematisera, dvs. finna løysbare matematiske formuleringar for problem frå røynda.

1.2 Kva er matematikk?

Alle har studert matematikk før, med større eller mindre hell, og har heilt sikkert ei meining om kva matematikk er. Det er ikkje sikkert denne meininga dekkjer *matematisk problemløysing*.

Svært ofte legg skulematematikk vekt på *ferdigheitsmåla*: å rekna ut dette og hint. Ein gong gav det meining. Eg har møtt tilårskomne kollegaar som hadde den fyrste jobben sin som *Computer*. Dei trengte rekneferdigheiter.

Ingen studentar i dag kjem til å få jobb som *computer*. Der er andre mål som tel i dag.

Legg særleg merke til kompetansemåla (over). Me skal bruka matematikk til å kommunisera om økonomiske og samfunnsmessige samanhengar, og bruke matematisera, dvs. omsetja, problem frå røynda til formelle og løysbare problem i matematikken. Me skal ikkje gløyma ferdigheitsmåla heilt, men langt meir enn mål i seg sjølv, er ferdigheitane middel til andre mål.

1.3 Om å svara på oppgåver

Kompetansemåla i kurset har fylgjer for korleis ein skal arbeida med og svara på oppgåver. Utrekninga er den *minst* viktige delen av oppgåva. Langt viktigare er det å kunna *kommunisera* tolkinga og løysinga til andre, slik at dei vert overtydde om at svaret er rett. Fyrst og framst skal ein kunne overtyda kollegar og medstudentar som kan like mykje eller litt mindre enn ein sjølv.

Der er altfor mange forskjellige oppgåver til at ein kan pugga løysingsmønster. Der er uansett ingen pris for å løysa oppgåva med same metode som førelesaren ville ha brukt. Ein er nøydd til å tenkja sjølv. Dei fleste oppgåvene er basert på problem frå røynda, og ein må tenkja slik at ein får svar som gjev meining i røynda.

Ikkje alle oppgåver har ein fasit. Der er tolkingsrom i matematikk. Det må ein læra å handtera, gjerne gjennom å drøfta tolkingar med andre.

1.4 Studieteknikk

Samarbeid løner seg. På mange ulike måtar.

Ein lærer mykje av å forklara for andre. Ein lærer òg mykje av å retta for kvarandre.

Det er ikkje nok i kurset å løysa oppgåvene slik at sensor kjenner att nok som er rett. Ein skal svara slik at medstudentar vert overtydde om at svaret er rett; ogso medstudentar som kan litt mindre enn ein sjølv. Kven kan best gje tilbakemelding på det?

Det er òg nyttig å diskutera med fleire ulike personar, for å få ulike perspektiv.

Dette er bakgrunnen for gruppearbeidet som inngår i dei organiserte øktene. Det er ein god idé å byggja vidare på dette og danna studiegrupper som de kan bruka i eksamenslesinga og vidare i studiet.

2 Undervisningsplan

Planen under gjev tema og oppgåver for kvar økt. Me arbeider med oppgåvene i økta, men ein må òg rekna med arbeid mellom øktene for å gjera ferdig oppgåver, oppsummera og reflektera. Normert studietid tilseier 12h arbeid i veka, og det er minimum. Det rekk til 2h heimearbeid mellom kvar økt i tillegg til $2 \times 4h$ organiserte økter.

2.1 Tema 1. Finansmatematikk

Hovudlina i undervisinga fylgjer oppgåveheftet: Finans og geometriske rekkjer.

Dag	Dato	Innhald	Oppgåver	Ekstra lesestoff
Måndag/Onsdag	19./21. aug	Intro + Pro- sentrekning	Oppgåvehefte, kap. 2.1	
Måndag	26. aug	Prosentrekning	Oppgåvehefte, kap. 2.2.1–2.2.2	
Onsdag	28. aug	Algebra m.m.	Oppgåvehefte, kap. 2.2.3; Lære- boka oppg. 1.2, 1.3, 1.5, 1.18	Læreboka, kap. 1.1–1.10
Måndag	2. sep	Årleg vekst	Oppgåvehefte, kap. 3 og 4.1	
Onsdag	4. sep	Eksponentialfunksjon (Animasjon m.m.)	Oppgåvehefte, kap. 4.2–4.8	
Måndag	9. sep	Potensrekning	Læreboka, oppg. 1.8, 1.15(a-d), 1.35, 4.1, 4.2, (4.7)	Læreboka, kap. 1.3, 1.5, 1.11, 4.1–4.2
Onsdag	11. sept	Logaritmfunksjonen	Oppgåvehefte, kap. 4.9	Læreboka, kap. 4.3–4.4
Sundag	15. sept	Obligatorisk ar- beidskrav	Frist: søndag kveld 23:59	Refleksjonsøving
Måndag	16. sept	Finansmatematikk	Oppgåvehefte, kap. 5	
Onsdag	18. sept	Aritmetiske og geometriske rekker	Læreboka, kap. 5.1–5.4	
Måndag	23. sept	Aritmetiske rekker	Oppgåvehefte, kap. 6	

2.2 Tema 2-3. Funksjonsdrøfting

Nytt oppgåvehefte om kostnads- og inntektsfunksjonar.

Dag	Dato	Innhald	Oppgåver	Ekstra lesestoff
Onsdag	25. sept	Lineære problem	Oppgåvehefte, kap. 1	Læreboka 1.12–1.13, 2.1–2.4
Måndag	30. sept	Lineære problem	Oppgåvehefte, kap. 1	
Onsdag	2. okt.	Kvadratiske problem	Oppgåvehefte, kap. 2	
Sundag	6. okt	Obligatorisk arbeidskrav for dei som ikkje deltok på forkurs	Frist: søndag kveld 23:59	Refleksjonsøving
Måndag	7. okt.	Grensekostnad, Derivasjon Tangent	Oppgåvehefte, kap. 3.1-2	
Onsdag	9. okt.	Intro til derivasjon	Oppgåvehefte, kap. 3.3-6	Læreboka, kap. 3.1-3.4
Sundag	13. okt	Obligatorisk arbeidskrav	Frist: søndag kveld 23:59	CAPQuiz
Måndag	14. okt.	Derivasjonsreglane	Øvingsheftet, kap. 5, Læreboka, kap. 3.1-5	
Onsdag	16. okt.	Å drøfta og skissa	Øvingsheftet, kap. 6	
Måndag	21. okt.	Den andrederiverte	Øvingsheftet, kap. 7	
Onsdag	23. okt.	Vendetangenten og andre rette liner	Øvingsheftet, kap. 7.4	
Måndag	28. okt.	Kostnads- og profittoptimum	Øvingsheftet, kap. 8	
Onsdag	30. okt.	Kostnadsoptimum	Øvingsheftet 8.4, Læreboka, kap. 1.15, 3.5, 3.14, 3.15.	
Sundag	3. nov	Obligatorisk arbeidskrav	Frist: søndag kveld 23:59	Refleksjonsøving
Måndag	4. nov.	Kjerneregelen og \exp/\ln	Læreboka, kap. 3.6 og 4	
Onsdag	6. nov.	Etterspurnadsfunksjonar og inntektsoptimering	Læreboka 3.16 og 3.5	
Måndag	11. nov.	Produktregelen og elastisitet	Læreboka 3.16 og 3.5	
		NB Vidare plan er kun utkast		
Onsdag	13. nov.	Brøk og rasjonale funksjonar	6 Læreboka, kap. 1.15, 3.5 m.fl.	
Sundag	17. nov	Obligatorisk arbeidskrav	Frist: søndag kveld 23:59	CAPQuiz
Måndag	18. nov.	Faktorisering og polynomdivisjon		
Onsdag	20. nov.	Likningar med funksjonar av x		

3 Obligatoriske arbeidskrav

Studentar som har fullført obligatoriske arbeidskrav i *Grunnleggjande matematikk* 2018, treng ikkje å ta arbeidskrava på nytt. Merk at obligatoriske arbeidskrav frå andre emne, eller frå før 2018 ikkje vert godkjende, uansett. Dersom ein skal ha godskrive godkjenning frå 2018 er det viktig å sjekka listene før eksamen, og evt. melda feil so raskt som råd.

3.1 Refleksjonsoppgåver

Målet med refleksjonsoppgåvene er å tenkja gjennom (reflektera over) gruppearbeidet for å få best mogleg utbyte. Her legg me særleg vekt på kompetansemål: tankesetts-, modellerings- og kommunikasjonskompetanse.

1. De skal levera refleksjonsoppgåver tre gongar, eller to dersom de deltok på forkurset i veka før undervisinga starta. Sjå fristane i undervisningsplanen.
2. Innleveringa er *individuell*, sjølv om ho byggjer på gruppearbeid. Innleveringa skal vera *dine egne* tankar om de som de gjorde saman.
3. Du vel sjølve kva for ei av øktene de byggjer innleveringa på, uavhengig av kva resten av gruppa gjer. Du kan gjera den fyrste innleveringa den fyrste veka, og du vinn inkje på å venta.
4. Fristene er absolutte, uansett grunn. Fristen er sett seint av omsyn til dei vert forseinka av sjukdom eller liknande. Meininga er at de gjer innleveringa ved fyrste høve.
5. Den siste innleveringa skal ta utgangspunkt i ei økt frå temaet om funksjonsdrøftig. Dvs. at de ikkje kan starta på denne innleveringa før i slutten av september.
6. Kravet for å få godkjent er ein konstruktiv refleksjon over kva du kan lære frå gruppearbeidet, og korleis du kan innretta studiearbeidet framover. Dvs. at du kan levera inn sjølv om gruppearbeidet ikkje har vore heilt vellukka, berre du har nokon tankar om kvifor det ikkje var vellukka og kva de kan gjera annleis.
7. Innleveringa skal ikkje ta meir enn 1-2h å gjera, etter at de har gjort gruppearbeidet. Lever inn det du har, heller enn å bruka mykje tid på perfeksjonering. Dersom nokon skulle levera noko som ikkje vert godkjent, so kan me heller prata om det, og gje ei sjanse til.
8. Obligatoriske arbeidskrav tel ikkje på karakteren.

3.1.1 Krav til Innleveringa

Innleveringa skal innehalda

1. Namn på alle i gruppa og dato for gruppearbeidet.

2. Løysing på oppgåvene som de arbeidde med. Ikkje tenk på oppgåver som de ikkje rakk over i gruppa.
3. Kort synopsis av diskusjonen i gruppa. Kva brukte de tid på? Kva var vanskeleg?
4. Refleksjonsnotat over ditt eige og gruppa sitt arbeid, maksimum éi side maskinskrive. Her skal du ta med
 - a) 2-3 ting som *du* gjorde bra
 - b) 2-3 ting som *gruppa* gjorde bra
 - c) éin ting som *du* kan gjera betre framover
 - d) éin ting som *gruppa* kan gjera betre framover

Refleksjonsnotatet kan vinklast på ulike måtar, og du kan ikkje ta med alt. Legg vekt på det som du synest er viktigast for å koma vidare i emnet. Alle dei fylgjande spørsmåla er moglege vinklingar for å utdjupa det som var bra og det som kan verta betre.

1. Kva har du lært? Kva kunne du ha lært?
2. Kva har gruppa lært?
3. Korleis trur de at denne lærdommen kan koma til nytta seinare (i studie eller yrke)?
4. Kva kunne andre i gruppa hjelpe deg med?
5. Kva kunne du hjelpe andre i gruppa med?
6. Korleis formulerer de løysingane for at heile gruppa skal fylgja det same tankesettet?
7. Kva var vanskeleg? Kva var lett?
8. Kva har du/de gjort bra?
9. Kva vil du gjøre annleis framover?

3.2 Automatisk retta oppgåver

Dei automatisk retta oppgåvene skal trenast grunnleggjande rekneevner. Systemet er adaptivt, slik at du får stadig vanskelegare oppgåver når du viser at du kan svara godt. Du har ein rating som går opp når du svarer rett og ned når du svarer feil. Du får stjerner etter kvart som ratinga går opp.

1. Der er to oppgåvesett i CAPQuiz. Sjå fristane i undervisningsplanen.
2. Kravet for å få godkjent er tre stjerner.
3. Du misser ikkje stjerner om ratinga går ned, so du tapar inkje på å arbeida vidare.
4. Alle oppgåvene i settet er relevante for eksamen, so det løner seg å arbeida vidare til fem stjerner.

5. Settet vil stadig vera ope etter fristen, men du må oppnå den tredje stjerna innan fristen.
6. Utsetjing vert gjeve basert på dokumentert sjukdom og liknande omstende.
7. Det er førebels ikkje klart om CAPQuiz vert tilgjengeleg gjennom Moodle eller BlackBoard. Dette vert klart når det fyrste oppgavesettet er tilgjengeleg.

4 Pensum

Lærebok: Bjørnestad, Olsson, Søyland og Tolcsiner: *Matematikk for økonomi og samfunnsfag*, 8. eller 9. utgåve, samt tilhøyrande løysingsforslag. Kapittel 1-5, bortsett frå 5.6, 5.7 og 5.8. *Heile den nemnde delen av boka er pensum, men ikkje alt er like viktig.*

Oppgavesamlingar (kompendium)

1. Finans og geometriske rekkjer.
2. Inntekts- og kostnadsfunksjonar med optimering og funksjonsdrøfting.

Oppgavesamlingane er òg pensum, og definerer dei mest sentrale delane av pensum.

4.1 Kommentar

Ulikt læreboka freistar oppgavesamlinga å visa korleis ein tenkjer matematisk for å løysa problem frå røynda. Dette er eit perspektiv som er heilt sentralt for læringsmåla i emnet, men som me ikkje finn dekt av nokon bøker på marknaden.

Mesteparten av undervisinga vil fokusera på dei tre hovudtemaa som er dekte av øvingsheftene. Kvart hovudtema er venta å fylla 25–30% av eksamenssettet, og til saman skal dei dekkja den matematikken som er uunnverleg i resten av studiet. Dei tre hovudtemaa er til ein viss grad uavhengige av kvarandre. I eksamenssetta frå 2018/19 ser de at dei tre fyrste oppgåvene dekkjer kvart sitt hovudtema. Desse oppgavetypane er typiske.

Andre tema vert dekt innimellom, men dei som ynskjer full kontroll på alle delar av pensum må lesa ein del av stoffet sjølv. Prinsippet er at alt som står i læreboka (kapittel 1-5.5) er pensum, men ikkje alt er like viktig. Det er venta at 20–25% av oppgåvene på eksamen krev kompetanse utover dei tre hovudtemaa som øvingsheftet dekkjer.

Konsekvensen av dette er at dei som tenkjer at C er ein god karakter, skal fokusera på øvingshefta og forsikra seg om at dei kan dette skikkeleg. Dei som synest at C er ein dårleg karakter må lesa heile læreboka.

5 Foilar og animasjonar

1. <http://kerckhoffs.schaathun.net/matematikk1/talks/limits/bouncingball/>
2. <http://kerckhoffs.schaathun.net/matematikk1/talks/derivation/intro/>
3. <http://kerckhoffs.schaathun.net/matematikk1/talks/derivation/tangent/>

6 Gamle eksamensoppgåver

Nota Bene Frå og med hausten 2018 er enkel kalkulator einaste hjelpemiddel på eksamen. Tidlegare eksamenar hadde open bok. Mange av oppgåvene i tidlegare eksamenssett, særleg frå skuleåret 2017/18, vil vera typiske for kva ein kan venta i framtida, sjølv om nokre tilpassingar må gjerast når me endrar frå open til lukka bok.

- Hausten 2019 (bokmål, løysingsforslag) med vedlegg (bokmål)
- Våren 2019 (bokmål, løysingsforslag)
- Hausten 2018 (bokmål, løysingsforslag) med vedlegg (bokmål)
- Våren 2018 (bokmål, løysingsforslag)
- Hausten 2017 (bokmål, løysingsforslag)
- Kontinuasjoneksamen 2017 (løysingsforslag)
- Desember 2016
- Juni 2016 (førebelts fasit)
- November 2015 (skisse til løysing)
- Våren 2015 med løysingsforslag